

X: Erregresio-analisia

Egilea: Josemari Sarasola



Gizapedia

gizapedia.hirusta.io

- 10.1 Karratu txikiaren erregresio-zuzena
- 10.2 Doikuntzaren egokitasuna: mugatze-koefizientea
- 10.3 Errore-diagrama eta ereduaren diagnosia
 - 10.3.1 Zehaztapen-errorea
 - 10.3.2 Autokorrelazioa
 - 10.3.3 Homoskedastikotasuna
- 10.4 Eredu ez linealak
- 10.5 Logit ereduak
- 10.6 Ariketak

10.4 Ariketak: erregresioa

1. Ikasle batzuen asteko ikasketa-orduak eta matematikan izandako nota jaso da. Honako hauek dira datuak:

| Ikaslea | A | B | C | D | E |
|-----------------|-----|-----|---|-----|-----|
| Ikasketa-orduak | 2 | 3 | 4 | 6 | 8 |
| Matematika-nota | 3.2 | 4.6 | 6 | 5.8 | 8.4 |

- (a) Karratu txikienen erregresio zuzenaren parametroak zenbatetsi eta interpretatu behar dira.
 (b) Aurreanak eta erroreak kalkulatu behar dira.
 (c) Puntu-hodeia marraztu eta han aurreanak eta erroreak irudikatu.
2. Abuztuko egun batzuetan izozki denda batek izozki salmentak (eurotan) eta tenperatura maximoa jaso zuen. Datuak hauek dira:

| Eguna | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Salmentak | 124 | 145 | 202 | 196 | 154 | 176 | 188 | 167 |
| Tenperatura | 25 | 29 | 42 | 39 | 28 | 37 | 38 | 33 |

- (a) Karratu txikienen erregresio zuzena zehaztu behar da.
 (b) Biharko 35 graduko tenperatura maximoa iragarri du eguraldi-pronostikoak. Izozi-salmentaren aurreana egin behar da. Egokia al litzateke datu horiekin 10 gradutarako aurreana egitea? Zenbateraino da fidagarria 35 gradutarako aurreana?
 (c) Erroreen diagrama eratu eta interpretatu behar da.
3. Lantegi batean esperimentu bat egin da eguneko mantenimendu orduak aldatuz eguneko ekoizpena jasotzeko. Datuak hauek dira:

| Eguna | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---------------------|---|---|-----|----|------|------|
| Mantenimendu orduak | 2 | 3 | 4.5 | 6 | 7 | 8 |
| Ekoizpena | 4 | 6 | 9 | 11 | 11.5 | 11.8 |

- (a) Erregresio-zuzena eman eta dagokion mugatze-koefizientea kalkulatu. Lerro egokia al da?
 (b) Puntu hodeia irudikatu eta aukeratu datuetara doien izan daitezkeen lerro motak.
 (c) $\hat{w} = k - \frac{m}{v}$ erako kurba egokitu datuei eta adierazi zein den mantenimendu orduen araberrako ekoizpen maximoa. Mugatze-koefizientea ere kalkulatu, aurreanen bariantzarekin.
 (d) $\hat{w} = kv^m$ erako kurba egokitu datuei eta aztertu aurreko kurba baino doiagoa den. Oharra: R^2 erroreen bariantzarekin kalkulatu.
4. Esperimentu batzuk egin ondoren, mekanismo batek barruko tenperatura zenbaitetarako gelditzeko duen probabilitateak jaso dira:

| Tenperatura | 38 | 46 | 54 | 68 | 80 |
|---------------------------|------|------|------|------|------|
| Gelditzeko probabilitatea | 0.12 | 0.24 | 0.38 | 0.58 | 0.94 |

- (a) $\hat{w} = ke^{mv}$ erako kurba egokitu datuei.
 (b) Gelditzeko probabilitatea 0.5 baino txikiagoa izateko, zein izan behar da tenperatura maximoa?
 (c) Zein tenperaturako esan daiteke ziurtzat jotzen dela geldialdia?
 (d) Zenbateraino da doikuntza egokia? R^2 erroreen bariantzarekin kalkulatu horretarako.
5. Laborategiko animalia zenbaiti farmako esperimental baten dosi ezberdinak eman zaizkie eta dosi bakoitzeko hobekuntza izan zutenen portzentajea jaso da:

| Dosia (mg) | 4 | 6 | 8 | 12 |
|-------------------------|-----|-----|-----|-----|
| Hobekuntza-portzentajea | %22 | %43 | %69 | %82 |

- (a) 10 mgko dosi batekin, hobetzen den portzentajeari buruzko aurrean bat egin behar da, logit eredu erabiliz.
 (b) Hobekuntza-portzentajea %99 izateko, zenbateko dosia eman behar da?
 (c) Doikuntzaren egokitasuna neurtu behar da mugatze-koefizientea erabiliz, aurreanen bariantza erabiliz horretarako.

6. Gidatzeko baimena eskuratzeko azterketan, ikasleek zenbat trebakuntza ordu izan zituzten eta azterketa gainditu zen jaso ziren. Datuak honako hauek dira:

| Trebakuntza orduak | Gainditu? (b:bai/e:ez) |
|--------------------|------------------------|
| 4 | e-b-e-e-e-e-e-e-e |
| 5 | e-e-b-e-e-b-b-e-e |
| 8 | e-e-b-b-e-b-e-b-b-e |
| 10 | b-b-b-b-b-b-e-e-e |
| 14 | e-b-b-b-b-b-b-b-b |

- (a) Logit ereduaren erabiliz, aurrean ezazu zenbat ordu behar diren azterketa %99ko probabilitateaz gainditzeko.
- (b) Idem, azterketa gainditzeko 0.999ko probabilitatera heltzeko. Eraitza berria interpretatu kurba logistikoaren ezaugarrien haritik.
7. Landare bateko fruituak toxikoak izan arte ongarri bat eman zaie saiakuntza batean, ongarri dosi bakoitzeko fruitu jangarriak eta ez toxikoak ematen dituzten landareen portzentajea jasoz:

| Dosia (mg) | 4 | 6 | 8 | 12 |
|-------------------------|-----|-----|-----|-----|
| Jangarrien portzentajea | %90 | %67 | %54 | %12 |

- (a) Fruitu jangarria izateko probabilitatea %80 izatea nahi bada gutxienez, kalkulatu horretarako ongarri-dosi maximoa, logit ereduaren erabiliz.
- (b) Mugatze-koefizientea kalkulatu, erroreen bariantzaren bitartez.

Ebazpenak

1. ariketa

| x_i | y_i | $x_i y_i$ | x_i^2 | $\hat{y} = \quad + x_i$ | $e_i = y_i - \hat{y}_i$ |
|-------|-------|-----------|---------|-------------------------|-------------------------|
| 2 | 3.2 | | | | |
| 3 | 4.6 | | | | |
| 4 | 6 | | | | |
| 6 | 5.8 | | | | |
| 8 | 8.4 | | | | |
| | | | | | |

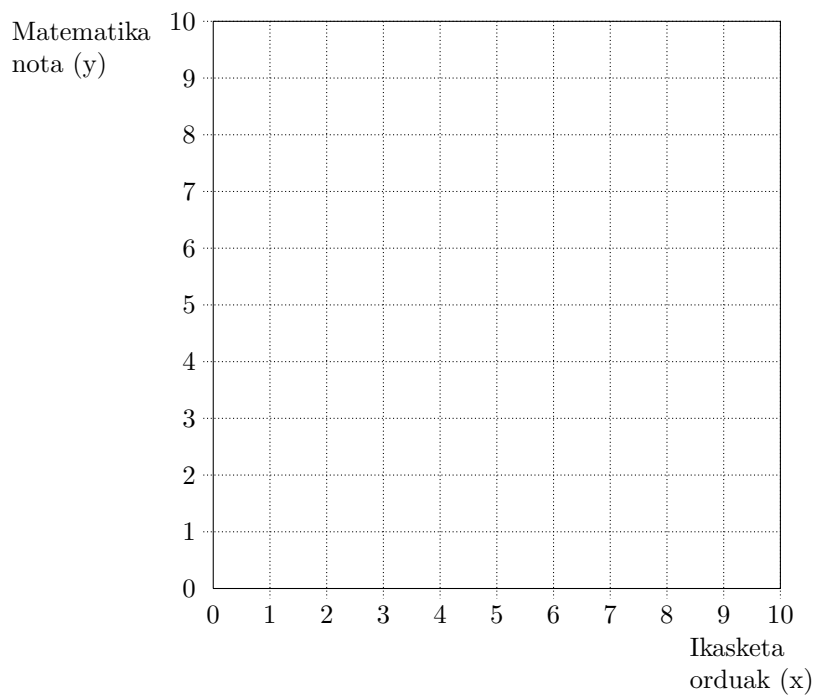
$$\bar{x} = \quad ; \quad \bar{y} =$$

$$s_{xy} = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{n-1} = \quad$$

$$s_x^2 = \frac{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2}{n-1} = \quad$$

$$\left. \begin{array}{l} s_{xy} = \quad \\ s_x^2 = \quad \end{array} \right\} b = \frac{s_{xy}}{s_x^2} =$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} =$$



(2) ariketa

(a)

| x_i | y_i | $x_i y_i$ | x_i^2 |
|-------|-------|-----------|---------|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

- $\bar{x} =$
- $\bar{y} =$
- $s_{xy} =$
- $s_x^2 =$
- $b = \frac{s_{xy}}{s_x^2} =$
- $a = \bar{y} - b\bar{x} =$

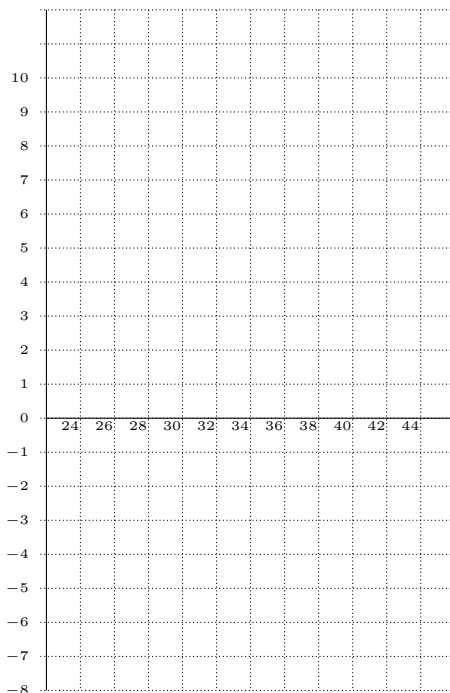
(b)

| $\hat{y} =$ | $+$ | x_i | $e_i = y_i - \hat{y}_i$ | y^2 | \hat{y}^2 | e^2 |
|-------------|-----|-------|-------------------------|-------|-------------|-------|
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

- $s_y^2 = \frac{\sum y^2}{n} - \bar{y}^2 =$
- $s_{\hat{y}}^2 = \frac{\sum \hat{y}^2}{n} - \bar{\hat{y}}^2 =$
- $s_e^2 = \frac{\sum e^2}{n} - \bar{e}^2 = \frac{\sum e^2}{n} =$
- $R^2 = \frac{s_{\hat{y}}^2}{s_y^2} =$
- $R^2 = 1 - \frac{s_e^2}{s_y^2} =$

(c)

e: erroreak (residuals)



x: temperatura

(3) ariketa

(a)

| x_i | y_i | $x_i y_i$ | x_i^2 |
|-------|-------|-----------|---------|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

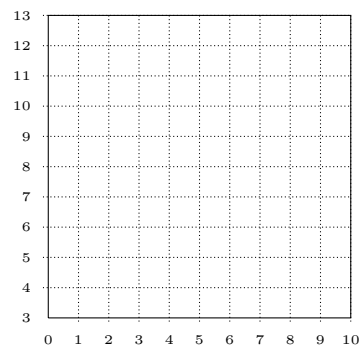
- $\bar{x} =$
- $\bar{y} =$
- $s_{xy} =$
- $s_x^2 =$
- $b = \frac{s_{xy}}{s_x^2} =$
- $a = \bar{y} - b\bar{x} =$

| $\hat{y} =$ | $+ x_i$ | y^2 | \hat{y}^2 |
|-------------|---------|-------|-------------|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

- $s_y^2 = \frac{\sum y^2}{n} - \bar{y}^2 =$
- $s_{\hat{y}}^2 = \frac{\sum \hat{y}^2}{n} - \bar{\hat{y}}^2 =$
- $R^2 = \frac{s_{\hat{y}}^2}{s_y^2} =$

(b)

Ekoizpena (y)



Mantenimendu orduak (x)

(5)

| x_i | p_i | $y_i = \ln \frac{p_i}{1-p_i}$ | $x_i y_i$ | x_i^2 | $\hat{y}_i =$ | \hat{y}_i^2 | y_i^2 |
|-------|-------|-------------------------------|-----------|---------|---------------|---------------|---------|
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |

- $\bar{x} =$

- $\bar{y} =$

- $s_{xy} =$

- $s_x^2 =$

- $b = \frac{s_{xy}}{s_x^2} =$

- $a = \bar{y} - b\bar{x} =$

- $s_y^2 = \frac{\sum y^2}{n} - \bar{y}^2 =$

- $s_{\hat{y}}^2 = \frac{\sum \hat{y}^2}{n} - \bar{\hat{y}}^2 =$

- $R^2 = \frac{s_{\hat{y}}^2}{s_y^2} =$

(6)

| x_i | n_i zenbatetik | p_i | $y_i = \ln \frac{p_i}{1 - p_i}$ | $x_i y_i$ | x_i^2 |
|-------|------------------|-------|---------------------------------|-----------|---------|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

- $\bar{x} =$

- $\bar{y} =$

- $s_{xy} =$

- $s_x^2 =$

- $b = \frac{s_{xy}}{s_x^2} =$

- $a = \bar{y} - b\bar{x} =$

(7)

| x_i | p_{1i} | p_{2i} | $y_i = \ln \frac{p_{2i}}{1 - p_{2i}}$ | $x_i y_i$ | x_i^2 | $\hat{y}_i =$ | $e_i = y_i - \hat{y}_i$ | y_i^2 | e_i^2 |
|-------|----------|----------|---------------------------------------|-----------|---------|---------------|-------------------------|---------|---------|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

• $\bar{x} =$

• $\bar{y} =$

• $s_{xy} =$

• $s_x^2 =$

• $b = \frac{s_{xy}}{s_x^2} =$

• $a = \bar{y} - b\bar{x} =$

• $s_y^2 = \frac{\sum y^2}{n} - \bar{y}^2 =$

• $s_e^2 = \frac{\sum e^2}{n} =$

• $R^2 = 1 - \frac{s_e^2}{s_y^2} =$